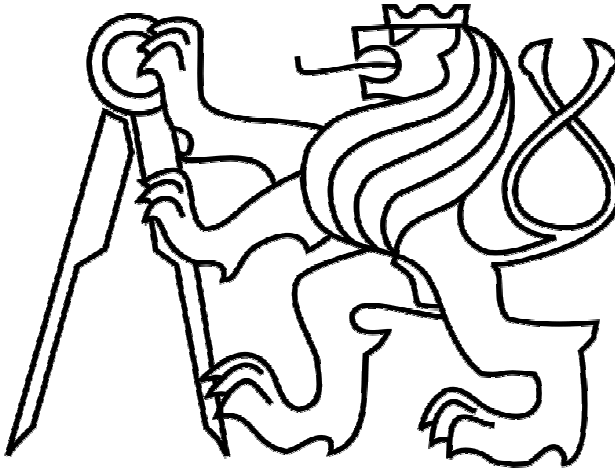


# ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE



## TEZE K DISERTAČNÍ PRÁCI

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta elektrotechnická  
Katedra elektroenergetiky

**Ing. Karel Leubner**

**NUMERICKÝ MODEL URYCHLOVAČE FEROMAGNETICKÝCH  
TĚLES S UVAŽOVÁNÍM VLIVŮ INDUKOVANÝCH PROUDŮ**

Doktorský studijní program: Elektrotechnika a informatika

Studijní obor: Elektroenergetika

Teze disertace k získání akademického titulu "doktor", ve zkratce "Ph.D."

Praha, únor 2015

Disertační práce byla vypracována v prezenční a kombinované formě doktorského studia na Katedře elektroenergetiky Fakulty elektrotechnické ČVUT v Praze.

Uchazeč: Ing. Karel Leubner  
Katedra elektroenergetiky  
Fakulta elektrotechnická ČVUT  
Technická 2, 166 27 Praha 6

Školitel: prof. Ing. Ivo Doležel CSc.  
Katedra elektroenergetiky  
Fakulta elektrotechnická ČVUT  
Technická 2, 166 27 Praha 6

Oponenti: .....

.....

.....

Teze byly rozeslány dne: .....

Obhajoba disertace se koná dne ..... v ..... hod. před komisí pro obhajobu disertační práce ve studijním oboru Elektroenergetika v zasedací místnosti č. .... Fakulty elektrotechnické ČVUT v Praze.

S disertací je možno se seznámit na děkanátě Fakulty elektrotechnické ČVUT v Praze, na oddělení pro vědeckou a výzkumnou činnost, Technická 2, 166 27, Praha 6.

předseda komise pro obhajobu disertační práce  
ve studijním oboru Elektroenergetika  
Fakulta elektrotechnická ČVUT  
Technická 2, 166 27 Praha 6

## 1. SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY

Předložená disertační práce je zaměřena na návrh matematického modelu elektromagnetického akceleratoru feromagnetických těles, jeho numerické řešení a experimentální ověření získaných výsledků na reálném zařízení. Ačkoli v současné době existuje již řada aplikací založených na uvedeném principu, po teoretické stránce zde stále vyvstává určité množství nedořešených otázek vyplývajících z fyzikálního principu elektromagnetického urychlování a složitosti jeho popisu. Problém je zpravidla nutné formulovat jako sdruženou úlohu charakterizovanou silně nelineární a nestacionární interakcí elektromagnetického pole, elektrického obvodu a mechanického obvodu.

Klasické úlohy podobného typu bez vlivu rychlosti lze v současné době řešit buď komerčními programy jako je OPERA, FLUX, MagNet, Maxwell, nebo i pomocí „open source“ aplikací (například Hermes [1], Agros2D [2], Deal.II [3]), které jsou vyvíjeny v rámci kooperace studentů a vědeckých pracovníků různých světových univerzit. Problém vedoucí na řešení obecně nelineární parabolické parciální diferenciální rovnice je v případě 2D úloh popsán zpravidla magnetickým vektorovým potenciálem  $A$  [4] nebo kombinací vektorových a skalárních potenciálů ve 3D. Využívá se zde především formulace  $A$ - $\varphi$  [5], nebo  $T$ - $\Omega$  [6], kde po řadě  $\varphi$  označuje skalární elektrický potenciál,  $T$  elektrický vektorový potenciál a  $\Omega$  klasický či redukovaný magnetický skalární potenciál.

Zahrne-li se však do rovnice pole i člen respektující vliv rychlosti, situace se zkomplikuje. Jestliže je tato rychlost konstantní (jako je tomu v případě ustáleného chodu točivých elektrických strojů), je řešení takto doplněné rovnice jen o něco složitější. Pokud je ale rychlost pohybu některé části systému proměnná a závisí na okamžitém rozložení pole, obtížnost řešení se mnohonásobí tím, že současně je nutné řešit nejen rovnici pole, ale ještě několik dalších, rovněž vysoce nelineárních obyčejných diferenciálních rovnic obvykle druhého řádu popisujících přidružené elektrické, magnetické a mechanické obvody. Takto formulované úlohy doposud komerční ani akademické (open source) programy v celé šíři nezvládají a výpočty se proto provádějí s využitím různých (i zcela zásadních) zjednodušení. Například indukčnost budící cívky se určuje pomocí Neumannova vzorce [8] nebo magnetické pole v systému se určuje z obvodových rovnic platných pro jednotlivé závity budící cívky [9]. Příklady dalších modelovacích metod (kombinace konečných a hraničních prvků, konečných diferencí apod.) a navrhovaných zjednodušení lze nalézt i v řadě dalších prací. Za všechny je možné uvést [10], [11], [12], [13], [14] a [15].

V předložené disertační práci je řešení úlohy s proměnnou rychlostí provedeno kombinací zmíněné aplikace Agros2D a softwaru Wolfram Mathematica 7.0.

## **2. CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE**

Na základě prozkoumání současného stavu problematiky a s ohledem na možnosti dalšího rozvoje zejména v oblasti počítačového modelování tohoto zařízení byly proto cíle předložené práce stanoveny takto:

- Navrhnout spojitý matematický model elektromagnetického akcelérátoru schopný respektovat i indukované proudy transformačního a pohybového původu.
- Navrhnout diskrétní počítačový model uvedeného akcelérátoru a tento model numericky vyřešit.
- Popsat a zhodnotit případná zjednodušení provedená na uvedených modelech.
- Provést měření na fyzikálním modelu urychlovače, porovnat získaná data s průběhy obdrženými výpočtem a výsledky vyhodnotit.

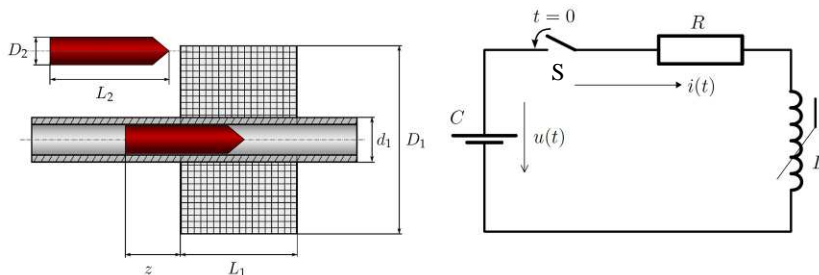
Za nejdůležitější výsledky se přitom v souladu s literaturou pokládají:

- Časové průběhy proudu v budicím obvodu a časové průběhy dráhy, rychlosti a zrychlení urychlovaného tělesa.
- Časové změny indukčnosti napájecího obvodu a magnetické síly působící na urychlované těleso.
- Kontrola oteplení tepelně nejvíce exponovaných částí akcelérátoru.
- Celková účinnost zařízení.

## **3. METODY ZPRACOVÁNÍ**

### **3.1 POPIS A PRINCIP ELEKTROMAGNETICKÉHO URYCHLOVAČE**

Systém sestává z budicí cívky protékané časově proměnným proudem a z vodicí trubice, v níž je umístěno urychlované těleso. Trubice je vyrobena zpravidla z nevodivého materiálu (keramika, plast), případně z kovu s podélnou drážkou pro zamezení vzniku indukovaných proudů v jejím objemu. Cívka je součástí budicího obvodu, který dále obsahuje spínací prvek a zdroj energie (kondenzátor, baterii kondenzátorů).



Obr. 1: Základní schéma děla a jeho náhradní obvod

Urychlované těleso je umístěno do zadní části cívky (obr. 1). Sepnutím spínače začne obvodem a budící cívkou protékat elektrický proud. Cívka začne ve svém okolí produkovat magnetické pole. Na feromagnetické těleso působí síla ve směru největšího gradientu magnetického pole, takže těleso je vtahováno do cívky.

Jakmile se těleso dostane zhruba do jejího středu, musí být budící proud vypnut a těleso pokračuje setrvačností ve své dráze letu. Není-li cívka odpojena od zdroje napětí, začne těleso zpomalovat, dokonce může být vtahováno zpět do cívky.

## 3.2 SPOJITÝ MATEMATICKÝ MODEL

Akcelarátor je v této práci zjednodušeně uvažován jako osově symetrické zařízení. Kompletní matematický model urychlovače sestává z jedné nelineární parciální diferenciální rovnice popisující rozložení magnetického pole v systému a dvou obyčejných vysoce nelineárních diferenciálních rovnic popisujících časový průběh proudu v elektrickém obvodu a pohyb urychlovaného tělesa.

### 3.2.1 Elektrický obvod

Elektrický obvod (viz. obr. 1) je popsán rovnicí

$$Ri + \frac{d}{dt}(Li) + \frac{1}{C} \int_0^t i \, d\tau = U_0, \quad (1)$$

s počáteční podmínkou

$$i(0) = 0, \quad \frac{di(0)}{dt} = \frac{U_0}{L_0}. \quad (2)$$

kde  $R$  je odpor zahrnující odpor přívodních vodičů, spínače  $S$  a budící cívky,  $C$  je kapacita kondenzátoru (kondenzátorové baterie) nabitého na počáteční

napětí  $U_0$ , a  $L$  je indukčnost budicí cívky. Tato indukčnost je nelineární funkcí okamžité pozice projektilu  $z$  uvnitř cívky, okamžité rychlosti projektilu  $v$  a okamžité hodnoty budicího proudu  $i$ . Konečně  $L_0$  je počáteční indukčnost systému ( $L_0 = L(z = z_{\text{start}}, i = 0, v = 0)$ ).

### 3.2.2 Pohyb urychlovaného tělesa

Časové průběhy rychlosti a trajektorie urychlovaného tělesa jsou popsány rovnicemi

$$m \frac{dv}{dt} = F_{\text{em}} - F_{\text{dr}}, \quad v(0) = 0, \quad (3)$$

$$v = \frac{dz}{dt}, \quad z(0) = z_{\text{start}}, \quad (4)$$

kde  $m$  je hmotnost urychlovaného tělesa,  $v$  je jeho rychlost,  $F_{\text{em}}$  je elektromagnetická síla na něj působící a  $F_{\text{dr}}$  je součet všech brzdících sil působících proti směru jeho pohybu. Veličina  $F_{\text{em}}$  stejně jako indukčnost  $L$ , je nelineární funkcí okamžité polohy jádra  $z$ , okamžité hodnoty budicího proudu  $i$  a okamžité hodnoty rychlosti projektilu  $v$ . Obě výše uvedené veličiny musí být spočteny z rozložení magnetického pole v systému.

Brzdná síla  $F_{\text{dr}}$  sestává ze dvou složek. První je síla reprezentující tření o vodicí trubici, druhou je aerodynamická třecí síla.

### 3.2.3 Magnetické pole systému

Magnetické pole je popsáno magnetickým vektorovým potenciálem  $A$ , jehož rozložení se řídí rovnicí [16]

$$\text{rot}(\mu^{-1} \text{rot} A) + \gamma \left( \frac{\partial A}{\partial t} - v \times \text{rot} A \right) = J_{\text{ext}}, \quad (5)$$

kde  $\mu$  značí magnetickou permeabilitu,  $\gamma$  je elektrická vodivost a  $J_{\text{ext}}$  je hustota elektrického proudu v budicí cívce.

Výraz  $\gamma \left( \frac{\partial A}{\partial t} - v \times \text{rot} A \right)$  představuje součet dvou složek vířivých proudů transformačního a pohybového původu.

### 3.2.4 Výpočet energie systému

Pro stanovení energie se využívá vztahu ve tvaru

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V J \cdot A \, dV \quad (6)$$

kde  $V$  značí objem definiční oblasti a symbol  $\mathbf{J}$  představuje vektor celkové proudové hustoty v daném bodě.

### 3.2.5 Výpočet indukčnosti systému

Indukčnost systému může pak být spočtena z energie magnetického pole vybuzeného proudem  $i$  podle vztahu

$$L = \frac{2W_m}{i^2}. \quad (7)$$

### 3.2.6 Elektromagnetická síla

Tato síla  $\mathbf{F}_{em}$  působící na urychlované těleso (viz. obr. 1) může být stanovena pomocí magnetického Maxwellova tenzor  $\sigma_M$  [17]

$$\sigma_M = -\frac{1}{2}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{B})\mathbf{I} + \mathbf{H} \otimes \mathbf{B}, \quad (8)$$

kde  $\mathbf{I}$  je jednotková diagonální matice a symbol  $\otimes$  označuje dyadický součin. Síla  $\mathbf{F}_{em}$  působící na těleso se pak určí ze vztahu

$$\mathbf{F}_{em} = \oint_S \sigma_M \mathbf{n} dS \quad (9)$$

kde  $\mathbf{n}$  označuje lokální směr vnější normály k povrchu  $S$  tělesa. Druhou možností je výpočet této síly z energie pole podle vzorce

$$\mathbf{F}_{em} = -\text{grad } W_m. \quad (10)$$

### 3.2.7 Nestacionární teplotní pole

Nestacionární ohřev urychlovacího systému je popsán rovnicí přenosu tepla ve tvaru [18]

$$\text{div}(\lambda \text{ grad } T) = \rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad } T \right) - q_v, \quad (11)$$

kde

$$q_v = \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}}{\gamma}. \quad (12)$$

V uvedených rovnicích označuje  $\lambda$  měrnou tepelnou vodivost tělesa,  $T$  teplotu,  $\rho$  měrnou hmotnost tělesa,  $c_p$  jeho specifické teplo při stálém tlaku,  $t$  čas,  $\mathbf{v}$  rychlost, kterou se těleso pohybuje, a  $q_v$  měrné Jouleovy ztráty v daném místě vyvolané celkovou proudovou hustotou  $\mathbf{J}$ . Konečně  $\gamma$  označuje elektrickou vodivost tělesa. Veličiny  $\lambda$ ,  $\gamma$  a  $\rho$  jsou přitom obecně



nelineárně závislé na lokální teplotě  $T$ . Oteplení však v tomto případě bývá malé a jeho vliv lze často zcela zanedbat.

### 3.2.8 Účinnost

Účinnost  $n$ -tého stupně elektromagnetického akceleratoru  $\eta_n$  lze obecně určit ze vztahu

$$\eta_n = \frac{\Delta W_{kn}}{\Delta W_{Cn}}, \quad (13)$$

kde  $\Delta W_{kn}$  je přírůstek kinetické energie urychlovaného tělesa v  $n$ -tém stupni a  $\Delta W_{Cn}$  je energie dodaná z kondenzátorové baterie do  $n$ -té části systému.

Přitom přírůstek kinetické energie tělesa se určí ze vztahu

$$\Delta W_{kn} = \frac{1}{2} m (\mathbf{v}_n^2 - \mathbf{v}_{n-1}^2), \quad (14)$$

kde  $m$  je hmotnost tělesa,  $\mathbf{v}_n$  je jeho rychlost po opuštění  $n$ -tého stupně, zatímco  $\mathbf{v}_{n-1}$  je jeho vstupní rychlost do téhož stupně a energie dodaná z kondenzátorové baterie do  $n$ -té části systému se určí ze vztahu

$$\Delta W_{Cn} = \frac{1}{2} C_n (U_{n0}^2 - U_{n1}^2), \quad (15)$$

kde  $C_n$  je kapacita kondenzátorové baterie v  $n$ -tém stupni,  $U_{n0}$  je její počáteční napětí a  $U_{n1}$  je zbylé napětí na baterii po vypnutí příslušného budicího obvodu.

## 3.3 DISKRETIZACE PROBLÉMU A JEHO NUMERICKÝ MODEL

Výpočet síly působící na projektil a energie systému (ze které je následně spočtena indukčnost), je realizován výpočetním *hp*-FEM programem Agros2D. Hlavní algoritmus modelu s nezbytnými pomocnými skripty na úpravu nomogramů a kód pro získání požadovaných časových průběhů obvodových a mechanických veličin byly naprogramovány v komerčním výpočetním nástroji Wolfram Mathematica 7.0.

Pohyb tělesa se předpokládá pouze ve směru osy  $z$ , proto nebudou v dalším textu mechanické veličiny (síla, rychlost, atd.) vyjádřeny vektory, ale pouze složkami v daném směru.

Ucelený algoritmus řešení elektromechanického modelu lze shrnout do následujících kroků:

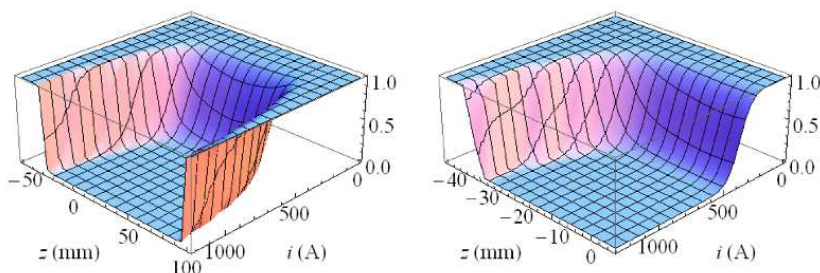
1. Předběžný výpočet nomogramů  $L=L(i,z)$  a  $F_{em}=F(i,z)$  pro vybrané hodnoty rychlosti  $v$ . Tento krok byl realizován programem Agros2D. Lineárními interpolacemi v těchto nomogramech získáme hodnoty síly

$F_{em}=F(i,z,v)$ , indukčnosti  $L=L(i,z,v)$  a také její derivace v celé vyšetřované oblasti.

2. Převod obvodových rovnic popsanych v předchozí kapitole do jejich diskrétní podoby.
3. Zahájení nestacionárního procesu v okamžiku  $t_0=0$  s počátečními podmínkami  $i_0=0$ ,  $F_{em,0}=0$ ,  $a_0=0$ ,  $v_0=0$  a  $z_0$  odpovídající počáteční pozici projektilu. Výběr časového kroku  $\Delta t$ .
4. Určení počáteční indukčnosti  $L_0$ . Tuto indukčnost spočteme z energie systému pro velmi malou (téměř nulovou) hodnotu proudové hustoty podle vztahu (7).
5. Stanovení následující časové hladiny  $t_{k+1}=t_k + \Delta t$ . První krok v tomto iteračním procesu má specifický charakter.
6. Numerický výpočet hodnot v nové časové hladině. Předpokládáme, že známe hodnoty  $i_k$ ,  $F_{em,k}$ ,  $L_k$ ,  $a_k$ ,  $v_k$ , a  $z_k$  v  $k$ -tém časovém kroku. Nyní je potřeba stanovit všechny tyto veličiny v  $(k+1)$ -tém časovém kroku z rovnic popsanych výše.
7. Návrat do bodu (5). Výpočty se zastaví v závislosti na nastavené podmínce.

### 3.4 OPRAVY NOMOGRAMŮ, OPRAVA NUMERICKÝCH CHYB

Při výpočtu nomogramů v programu Agros2D byly výsledky zatíženy numerickými chybami dvojího typu. Chyba prvního typu, která byla snáze odstranitelná, spočívala v geometrii projektilu. Při úplném nasycení projektilu musí být pole v místě projektilu prakticky homogenní, navzdory tomu však ve špičce projektilu intenzita magnetického pole prudce vzrostla o cca 48 T. Tato numerická chyba byla eliminována vhodnou změnou geometrie bez vlivu na přesnost konečného řešení.

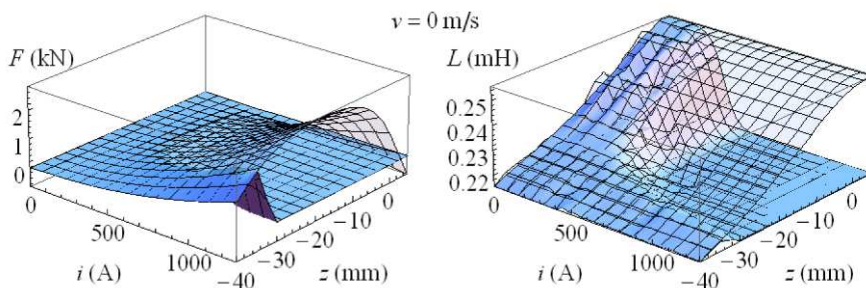


Obr. 2: Omezovací funkce pro opravu nomogramů, vlevo v širším okolí cívky, napravo v oblasti výpočtů

Další numerické chyby a nestability při výpočtu vznikaly při modelování té části nomogramu, kde zvyšující se elektrický proud či zmenšující se vzdálenost projektilu od cívky vedly k hodnotě magnetické indukce přesahující 2,35 T (oblast B-H křivky plného nasycení materiálu projektilu).

B-H křivka použitého materiálu byla v oblasti nasycení projektilu upravena tak, aby při hodnotách magnetické indukce přesahujících 2,35 T k plnému nasycení projektilu nedocházelo (tím byly ošetřeny numerické chyby). Současně byla s pomocí podpůrného modelu cívky se vzduchovým jádrem spočtena tzv. omezující funkce (obr. 2), která nabývá hodnoty rovné jedné pro oblast nomogramů s indukcí magnetického pole nižší jak 2,35 T, a která s požadovanou strmostí přechází do nuly pro hodnoty magnetické indukce vyšší jak 2,35 T.

Vynásobením nomogramů síly a indukčnosti touto funkcí získáme výsledné nomogramy respektující syčení projektilu pro vyšší hodnoty magnetické indukce (obr. 3). Průhledná plocha nad nomogramy je původní nomogram před korekcí.



Obr. 3: Nomogramy opravené omezovací funkcí

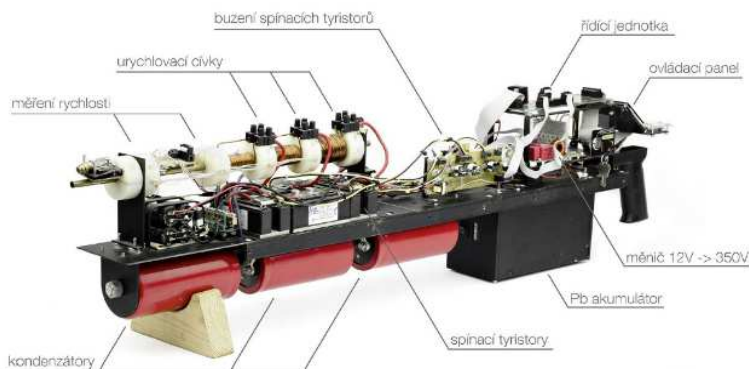
### 3.5 PRAKTICKÁ ČÁST – MĚŘENÍ NA AKCELERÁTORU A DOPLŇKOVÁ MĚŘENÍ

#### 3.5.1 Měření časových průběhů proudu, napětí a ústřední rychlosti při výstřelu ze zapůjčeného akcelérátoru

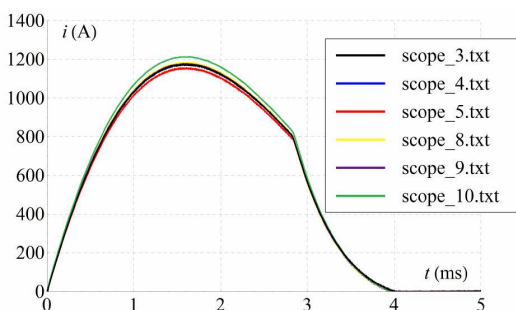
Přesnost modelu popsaného v předchozí kapitole byla ověřena srovnáním vypočtených hodnot s údaji změřenými na přenosném elektromagnetickém akcelérátoru (obr. 4), který byl zapůjčen od studenta Radima Lagy z FEL ČVUT v Praze. Jednalo se o třístupňový elektromagnetický akcelérátor.

Průběh proudu při výstřelu byl snímán koaxiálním bočníkem s převodem 1 V/kA zapojeným do série s cívkou akcelérátoru a napětí na svorkách cívky diferenciální napěťovou galvanicky oddělenou sondou s rozsahem do 4 kV a s převodem 1:100. Průběh proudu a napětí byl zaznamenán osciloskopem

DSO-X 3034 A. Rychlost projektilu při každém výstřelu je spočtena logickou jednotkou akcelérátoru vždy po průletu projektilu dvojicí optických bran a zobrazena na ovládacím panelu. Vzájemná vzdálenost bran je 10 mm. Naměřené průběhy proudu jsou na obr. 5, podrobný popis měření s dalšími průběhy je v příslušné kapitole disertační práce.



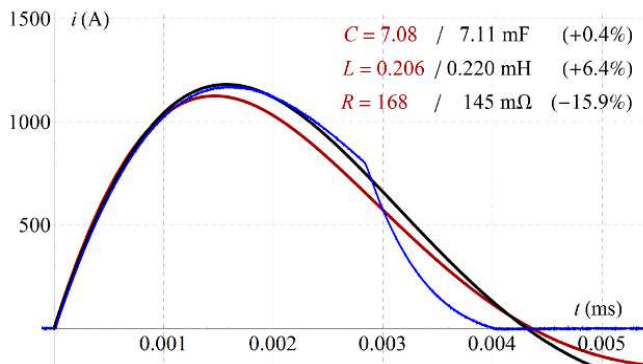
Obr. 4: Elektromagnetické dělo zapůjčené pro ověření výpočtů [19]



Obr. 5: Změřené průběhy proudu v prvním akceleračním stupni

### 3.5.2 Měření prvků RLC obvodu prvního urychlovacího stupně

Odpor, cívka a kondenzátor prvního urychlovacího stupně byly vyšetřeny přesnými měřeními v laboratoři Zkušebnictví a.s. Prvky byly změřeny v rozsahu od 50 Hz do 1000 Hz, přičemž nás zajímá jejich hodnota pro frekvenci 156 Hz; předpokladem pro stanovení této frekvence je znalost průběhu proudu v prvním stupni při „výstřelu“ bez projektilu změřeném ve VN laboratoři na Katedře elektroenergetiky ČVUT (modrý průběh na obr. 6).



Obr. 6: Srovnání časových průběhů elektrického proudu:  
 modrý průběh – naměřený na skutečném akcelérátoru  
 černý průběh – z numerického modelu pro hodnoty ze Zkušebnictví a.s.  
 červený průběh – z numerického modelu pro původní hodnoty z [20]

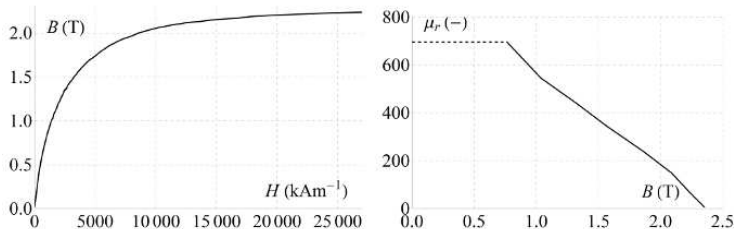
S pomocí kalibrovaného měřicího můstku HIOKI 3532-50 LCR HiTESTER byly naměřeny hodnoty:  $R = 145 \text{ m}\Omega$ ,  $L = 0,220 \text{ mH}$  a  $C = 7,11 \text{ mF}$ . Takto změřené hodnoty elektrického obvodu prvního urychlovacího stupně poskytují výsledky, jež se od numerického řešení příliš neliší a proto je lze považovat za korektní.

### 3.5.3 Měření hysterzní smyčky materiálu Vacoflux 48

Projektíl používaný při výstřelu během měření charakteristik elektromagnetického akcelérátoru byl vyroben z materiálu Vacoflux 48. Tento materiál je slitinou kobaltu a železa a díky své vysoké hodnotě saturace je vhodný pro všechny aplikace, kde jsou požadovány vysoké hodnoty magnetického toku a minimální hmotnosti.

Abychom ověřili závislost relativní permeability na magnetické indukci (pro její správné zadání do počítačového modelu), byl materiál projektílu přeměřen na Českém vysokém učení technickém v Praze na pracovišti pana doc. Ing. Petra Kašpara, CSc. z katedry měření.

V pravé části obr. 7 je požadovaná závislost. Oblast označená čárkovanou čarou byla získána odhadem, neboť průběh relativní permeability pro nízké hodnoty proudu lze získat pouze z křivky prvotní magnetizace, a to měřením, kterému předchází odmagnetování měřeného vzorku. Takto změřená křivka by dobře popisovala charakteristiku odmagnetovaného materiálu, který však v tomto stavu přetrvá jen velice krátkou dobu.

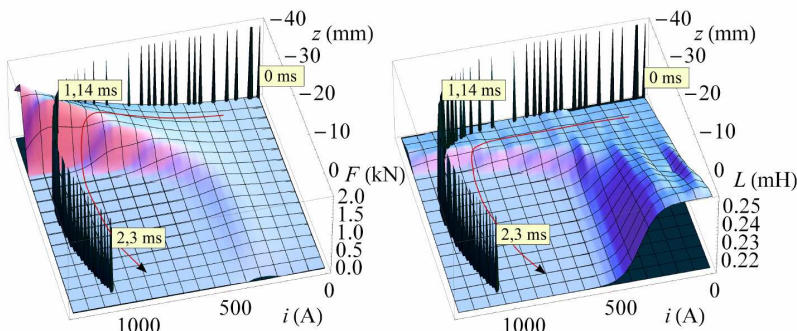


Obr. 7:  $B$ - $H$  křivka materiálu Vacoflux 48 a odvozená závislost permeability na magnetické indukci

Během akcelerace dochází v budícím obvodu k velmi strmému nárůstu proudu a projektil se velice rychle nasytí. U tak rychlých dějů je chyba vzniklá proložením počátku závislosti relativní permeability konstantní funkcí zanedbatelná.

### 3.6 VÝSLEDKY

Výsledky modelu elektromagnetického akcelérátoru jsou reprezentovány časovými průběhy proudu v RLC obvodu, indukčnosti, síly, zrychlení, rychlosti, pozice projektilu a dalšími. Obrázky se dvěma a více časovými závislostmi obsahují pro představu srovnání modelu elektromagnetického akcelérátoru s respektováním vlivu indukovaných proudů v projektilu (zobrazeny modře) s modelem, kde jsou účinky indukovaných proudů zanedbány (zobrazeny červeně). Vzájemnou souvislost průběhů a postup výpočtu lze nejlépe ukázat na nomogramech síly (levý) a indukčnosti (pravý) na obr. 8. Pro ukázkou zde byly vybrány nomogramy síly a indukčnosti pro rychlost projektilu  $v = 0$  m/s. V čase  $t > 0$  ms je rychlost nenulová, nomogramy s trajektorií zde proto mají pouze ilustrativní charakter.



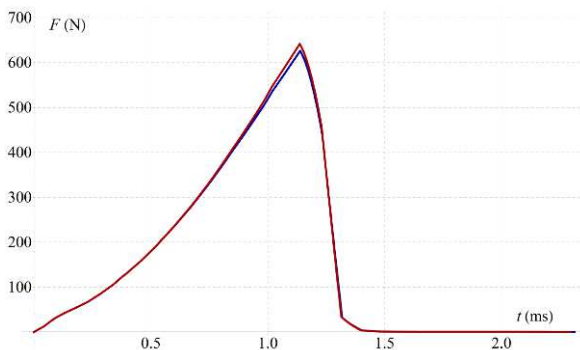
Obr. 8: Trajektorie pohybu výpočtu v nomogramech síly a indukčnosti ( $v = 0$  m/s)

Svislé úsečky na obr. 8 znázorňují trajektorii po nomogramu během výpočtu. V každém časovém okamžiku lze zjistit nejen konkrétní hodnoty sledovaných veličin, ale také trend, kudy se výpočet ubírá.

Počáteční podmínky jsou  $z_0 = -38$  mm,  $i_0 = 0$  A, (výpočet začíná v pravém horním rohu nomogramu),  $F_0 = 0$  N,  $L = L_0$  H,  $a_0 = 0$  m/s<sup>2</sup>,  $v_0 = 0$  m/s. Směr výpočtu je znázorněn červenou šipkou, časové kóty orientačně informují, kde v nomogramu se výpočet nachází v daný časový okamžik.

Časový průběh síly působící na projektil je znázorněný na obr. 9 a časový vývoj proudu v cívice při výstřelu na obr. 10.

Indukčnost obvodu, síla působící na projektil a jeho rychlost rostou téměř kvadraticky až do té doby, než začne být projektil v důsledku vysoké magnetické indukce přesycen. Nasycení materiálu se projevuje náhlým poklesem síly, která na něj působí, a náhlým poklesem indukčnosti obvodu na hodnotu odpovídající indukčnosti cívky se vzduchovým jádrem. Tento děj nastane v čase okolo 1,3 ms, kdy je hodnota proudu 1154 A a projektil urazí vzdálenost 12,5 mm.

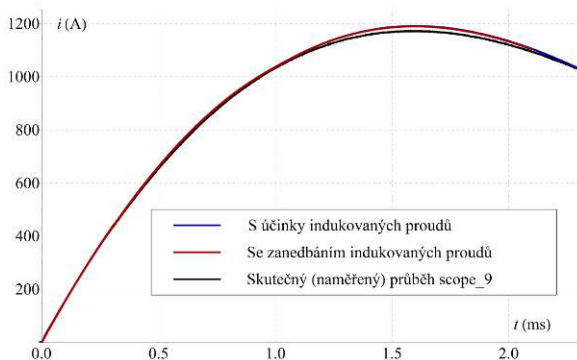


Obr. 9: Časový průběh síly působící na projektil

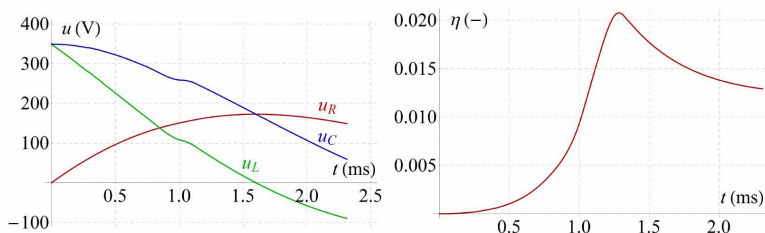
Další nárůst elektrického proudu se na průběhu síly (je rovna nule), indukčnosti (má dále konstantní charakter) a na průbězích souvisejících s pohybem projektilu neprojevuje, a proto je možné v čase 1,3 s obvod rozepnout. Napětí na kondenzátoru během akceleračního cyklu poklesne z původních 350 V na hodnotu 223 V, účinnost přeměny elektrické energie na kinetickou energii projektilu odpovídá 2,07 % (rozložení napětí v RLC obvodu a účinnost děla v určitém čase vypnutí lze odečíst z obr. 31). Účinnost zapůjčeného děla (1,57 % pro proudový puls o délce 2,8 ms) lze zvýšit dřívějším rozepnutím obvodu až o 0,5 procentního bodu.



Na základě numerického modelu lze konstatovat, že se indukčnost cívky pohybuje v rozmezí 0.216 mH (při nepřítomnosti projektilu) až 0.222 mH (při jeho přítomnosti v nenasyceném stavu). Tak malé změny indukčnosti mají na časový průběh elektrického proudu zanedbatelný vliv a obvod je možné modelovat jako RLC obvod s konstantní indukčností. Tato skutečnost byla dále potvrzena mnoha měřeními, kdy při průletu projektilu cívkou nebyl časový průběh proudu v důsledku změny indukčnosti deformován.



Obr. 20: Časový průběh proudu v cívce při výstřelu



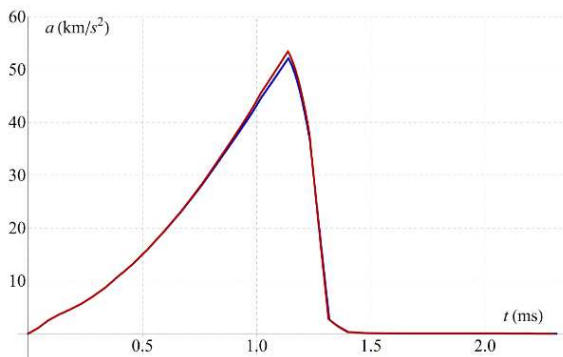
Obr. 31: Rozložení napětí na součástkách RLC obvodu a závislost účinnosti urychlovače na čase rozepnutí budícího obvodu

Obr. 2 a obr. 133 popisují časové průběhy zrychlení a rychlosti projektilu. Z obr. 133 je zřejmé, že celková doba urychlování projektilu je cca. 1,3 ms a projektil během této doby dosáhne úst'ové rychlosti 30,18 m/s. Pro srovnání byl do grafu přidán průběh získaný z modelu, kde jsou vlivy indukovaných proudů zanedbány. Úst'ová rychlost odpovídá hodnotě 30,52 m/s, což je o 1,13% více. Vířivé proudy v elektricky vodivém projektilu tedy projektil dle teoretické předpovědi zpomalí.

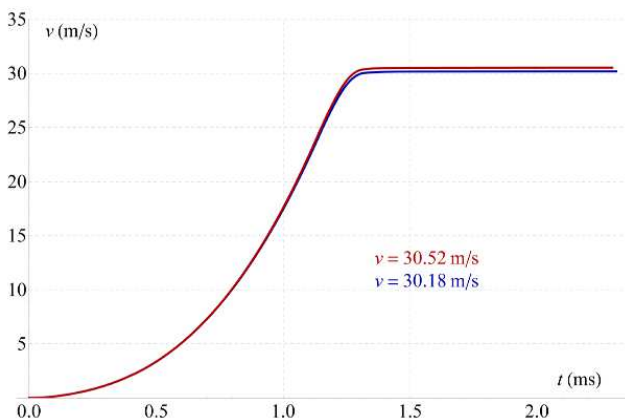
Obr. 14 popisuje časový průběh vzdálenosti projektilu od cívky (vzdálenost zadního čela projektilu od zadního čela cívky). Závislost je zprvu konstantní



až mírně rostoucí. S rostoucím proudem v cívkě a zkracující se vzdáleností od cívký začne mít průběh kvadratický charakter až do saturace projektilu. Jakmile je projektil nasycen, pohybuje se rovnoměrným přímočarým pohybem a v čase cca. 2,1 ms prolétá středem cívký.



Obr. 12: Časový průběh zrychlení projektilu

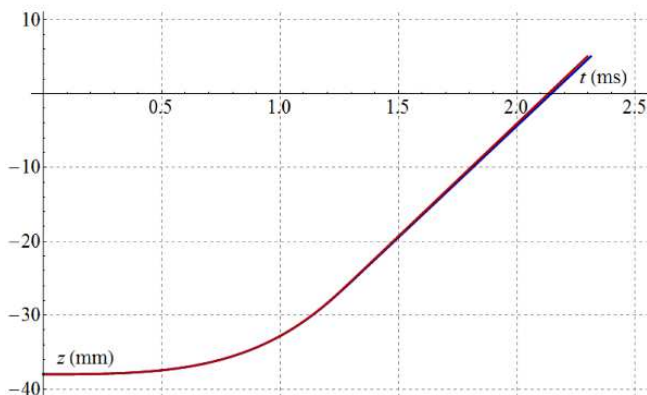


Obr. 13: Časový průběh rychlosti projektilu

### 3.6.1 Ověření oteplení projektilu během výstřelu

Vzhledem ke krátké době, během níž je cívká budícím proudem ohřívána, je možno tento ohřev pokládat za adiabatický a kvantifikovat jej pomocí kalorimetrické rovnice. Podle ní lze určit výsledné oteplení cívký takto

$$R \int_{t_0}^t i^2 d\tau = m c_p \Delta T \quad (16)$$



Obr. 14: Časový průběh pozice projektilu

kde  $R$  je odpor cívky,  $i$  je proud procházející cívkou při výstřelu,  $m$  je hmotnost vinutí cívky,  $c_p$  je měrná tepelná kapacita vinutí cívky při konstantním tlaku a  $\Delta T$  je její oteplení. Výsledek je integrál přes celkový čas průtoku proudy cívkou.

Na základě výpočtu pro odpor cívky  $125 \text{ m}\Omega$ , její hmotnost  $0,25 \text{ kg}$  a měrnou tepelnou kapacitu  $383 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  se cívka při výstřelu ohřeje o  $3,5 \text{ K}$ . Projektil opustí prostor cívky v čase  $3,9 \text{ ms}$ . Tak nízký teplotní rozdíl je pro ohřátí projektilu během  $3,9 \text{ ms}$  zanedbatelný. Vířivé proudy v projektilu dosahují mnohem menších hodnot a proto projektil stejného oteplení jako cívka nedosáhne. Tato skutečnost byla potvrzena orientačním měřením těsně po výstřelu.

## 4. ZÁVĚR

Numerický model urychlovače feromagnetických těles s uvažováním vlivu indukovaných proudů realizovaný s pomocí výpočetních programů Agros2D a Mathematica 7.0 se podařilo úspěšně dokončit. Přesnost modelu byla v každém kroku ověřována pomocnými výpočty a výsledný model byl srovnán s daty změřenými na skutečném akcelérátoru.

Pro známé geometrické uspořádání urychlovacího systému a jeho materiálové vlastnosti byly s pomocí výpočetního *hp*-FEM řešiče Agros2D získány závislosti síly a indukčnosti na proudy v cívce, pozici projektilu a jeho rychlosti (nomogramy síly a indukčnosti).

Výpočty těchto nomogramů však nebyly snadné a vyžadovaly značnou opatrnost kvůli špatné konvergenci příslušných nelineárních iteračních procesů. Tyto potíže se projevovaly zejména v oblasti přesycení projektilu při vysokých hodnotách proudu protékajícího budicí cívkou. Jedno z možných východisek, jak tento problém překonat, je úprava závislosti relativní permeability na magnetické indukci tak, aby pro vyšší hodnoty magnetické indukce k přesycování projektilu nedocházelo. A toto východisko bylo po důkladné analýze také využito. Výsledné nomogramy síly a indukčnosti jsou však v tomto případě korektní pouze pro hodnoty elektrického proudu, pozice projektilu a rychlosti odpovídající nenasyčenému stavu projektilu. Na základě znalosti magnetického pole v okolí vyšetřované cívky (například vytvořením modelu cívky se vzduchovým jádrem) byla navržena vhodná omezující funkce a vynásobením nomogramů indukčnosti a síly touto funkcí byly získány nomogramy respektující nasycení projektilu pro vyšší hodnoty magnetické indukce.

S pomocí algoritmu napsaného ve výpočetním programu Mathematica 7.0 a mnoha vlastních skriptů byly na základě upravených nomogramů spočteny časové průběhy proudu, indukčnosti a její derivace podle osy  $z$ , síly působící na projektil, zrychlení, rychlosti a pozice projektilu pro konkrétní geometrické uspořádání systému a parametry obvodu, cívky i projektilu.

Měření na skutečném akcelérátoru byla realizována v laboratoři vysokého napětí ČVUT Fakulty elektrotechnické. Zkoumanými veličinami byly průběh proudu při výstřelu, úst'ová rychlost projektilu a pro zajímavost průběh napětí na polovodičovém spínači při rozepnutí obvodu. Tyto časové průběhy jsou úzce svázány s použitými prvky RLC obvodu prvního urychlovacího stupně akcelérátoru; jejich velikosti byly vyšetřeny přesnými měřeními v laboratoři Zkušebnictví a.s. a poté použity při tvorbě modelu.

Shoda časového průběhu elektrického proudu získaného z numerického modelu s předpokládaným průběhem proudu a proudu změřeného při výstřelu je výtečná a odvíjí se od skutečnosti, že indukčnost budicí cívky se během průletu projektilu mění jen málo. Průměrná úst'ová rychlost projektilu měřená na zařízení byla 28,9 m/s. Rozdíl od spočtené hodnoty je 1,28 m/s (4,24 %), což můžeme považovat za skvělý výsledek. Proud indukovaný v projektilu působí proti směru jeho pohybu a zpomalí ho o 0,34 m/s (1,13 %).

Model dokázal poskytnout realistické výsledky, jejichž shoda s naměřenými daty je vynikající. Výsledky modelu splní svou funkci v rámci optimalizace použitého elektromagnetického akcelérátoru a jsou přínosem pro další studium urychlování feromagnetických těles v elektromagnetickém poli.

Jak již bylo zmíněno v úvodu práce, spektrum problémů souvisejících s korektním návrhem a stavbou elektromagnetického akceleratoru je velmi široké. Proto bych rád své další kroky směřoval k dalšímu zvyšování účinnosti stávajících elektromagnetických akceleratorů, vytvoření modelu vícestupňového elektromagnetického akceleratoru a zejména využití získaných znalostí k optimalizaci výpočetního algoritmu pro dosažení přesnějších výsledků během kratšího výpočetního času.

## 5. LITERATURA POUŽITÁ V TEZÍCH

- [1] Hermes hp-FEM & hp-DG Library,  
Url: <http://www.hpfem.org/hermes/> (26.1.2015).
- [2] Agros2D,  
Url: <http://www.agros2d.org/> (26.1.2015).
- [3] Deal.II,  
Url: <https://www.dealii.org/> (26.1.2015).
- [4] Doležel, I., Dubcová, L. a kol.: Inductively Heated Incompressible Flow of Electrically Conductive Liquid in Pipe, IEEE Transactions on Magnetics 46, 2010, Issue 8, pp. 2899-2902.
- [5] Iwashita, T., Mifune, T., Shimasaki, M.: Similarities between Implicit Correction Multigrid Method and A-phi Formulation in Electromagnetic Field Analysis, IEEE Transactions on Magnetics 44, 2008, Issue 6, pp. 946-949.
- [6] Meunier, G., Luong, H. T., Marechal, Y.: Computation of Coupled Problem 3D Eddy Current and Electrical Circuit by  $\Omega$ - $T$ - $T_0$  Formulation, IEEE Transactions on Magnetics 34, 1998, Issue 5, pp. 3074-3077.
- [7] Karban, P., Kotlan, V., Doležel, I.: Numerical Model of Induction Shrink Fit in Monolithic Formulation, IEEE Transactions on Magnetics 48, 2012, Issue 2, pp. 315-318.
- [8] Guo, L., Wang, S. a kol.: Simulation and Optimization of Six-Stage Electromagnetic Coilgun, International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics 33, 2010, Issue 1-2, pp. 465-471.
- [9] Liu, S., Ruan, J. a kol.: Improvement of Current Filament Method and its Application in Performance Analysis of Induction Coil Gun, IEEE Transactions on Plasma Science 39, 2011, Issue 1, pp. 382-389.

- [10] *Liu, S., Ruan, J., Zhang, Y.*: Application of FE-BECM in Field Analysis of Induction Coil Gun, IEEE Transactions on Plasma Science 39, 2011, Issue 1, pp. 94-99.
- [11] *Kaye, R. J.*: Operational Requirements and Issues for Coilgun Electromagnetic Launchers, IEEE Transactions on Magnetics 41, 2005, Issue 1, pp. 194-199.
- [12] *Skurdal, B. D., Gaigler, R. L.*: Multimission Electromagnetic Launcher, IEEE Transactions on Magnetics 45, 2009, Issue 1, pp. 458-461.
- [13] *Berning, P. R., Hummer, C. R., Hollandsworth, C. E.*: A Coilgun-Based Plate Launch System, IEEE Transactions on Magnetics Mag. 35, 1999, Issue 1, pp. 136-141.
- [14] *Leubner, K.*: Electromagnetic Acceleration of Ferromagnetic Bodies, Acta Technica 54, 2009, Issue 4, pp. 343-357.
- [15] *Balikci, A., Zabar, Z. a kol.*: On the Design of Coilguns for Super-Velocity Launchers, IEEE Transactions on Magnetics 43, 2007, Issue 1, pp. 107-110.
- [16] *Kuczmam, M., Ivanyi, A.* The Finite Element Method in Magnetics. Akademiai Kiado, Budapest HU, 2008. ISBN 978-963-05-8649-8.
- [17] *Stratton, J. A.*: Electromagnetic Theory, Wiley-IEEE Press, New York, 2007.
- [18] *Holman, J. P.*: Heat Transfer, McGraw Hill Co., 2002.
- [19] *Laga, R.*: Elektromagnetický pulsní urychlovač feromagnetických projektilů, nepublikovaná fotografie.
- [20] *Laga, R.*: Elektromagnetický pulsní urychlovač feromagnetických projektilů, Uherský brod, 2009, Soutěžní práce SOČ.
- [21] Katedra měření, České vysoké učení technické v Praze  
Url:  
[http://measure.feld.cvut.cz/cs/system/files/files/cs/vyuka/predmety/A0M38MAP/MAPslide34 38.pdf/](http://measure.feld.cvut.cz/cs/system/files/files/cs/vyuka/predmety/A0M38MAP/MAPslide34%2038.pdf) (26.1.2015).

## 6. SEZNAM PRACÍ AUTORA SE VZTAHEM K DISERTACI

### 6.1 PUBLIKACE V RECENZOVANÝCH ČASOPISECH

- [1] Leubner, K. (33 %) – Laga, R. – Doležel, I.: Advanced Model of Electromagnetic Launcher. Přijato k tisku dne 24. 11. 2014  
In: AEEE journal, VŠB Technical University of Ostrava, 2015.  
ISSN 1336-1376.

- [2] Leubner, K. (100 %): Electromagnetic Acceleration of Ferromagnetic Bodies. In: Acta Technica CSAV vol. 55 journal, p. 343-357, 2010. ISSN 0001-7043.

## **6.2 STATI VE SBORNÍCÍCH KONFERENCÍ**

- [3] Leubner, K. (50 %) - Doležel, I.: Advanced Model of Electromagnetic Launcher. In: The 15th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering, Faculty of Electrical Engineering, University of Zilina, Slovak Republic, 2014. ISBN 978-80-554-0910-8.
- [4] Leubner, K. (50 %) - Doležel, I.: Electromagnetic Launcher of Ferromagnetic Bodies. In: ELEN 2014 (Elektroenergetika) [CD-ROM]. Praha: ČVUT, 2014. ISBN 978-80-01-05654-7.
- [5] Leubner, K. (100 %): Electromagnetic Acceleration of Electrically Conductive Bodies. In: ELEN 2010 (Elektroenergetika) [CD-ROM]. Praha: ČVUT, 2010. ISBN 978-80-254-8089-2.
- [6] Leubner, K. (100 %): Electromagnetic Acceleration of Ferromagnetic Bodies. In: AMTEE 2009 (Advanced Methods of the Theory of Electrical Engineering) [CD-ROM]. Plzeň: University of West Bohemia, 2009. ISBN 978-80-7043-821-3.
- [7] Leubner, K. (100 %): Electromagnetic Acceleration of Electrically Conductive Bodies. In: ELEN 2010 (Elektroenergetika) [CD-ROM]. Praha: ČVUT, 2010. ISBN 978-80-254-8089-2.
- [8] Leubner, K. (50 %) - Kolář, D.: Electrodynamic Acceleration of Electrically Conductive Bodies. In: ELEN 2008 (Elektroenergetika) [CD-ROM]. Praha: ČVUT, 2008. ISBN 978-80-254-2293-9.
- [9] Kolář, D. - Leubner, K. (50 %): Electrodynamic Levitation of Nonferromagnetic Electrically Conductive Bodies. In: ELEN 2008 (Elektroenergetika) [CD-ROM]. Praha: ČVUT, 2008. ISBN 978-80-254-2293-9.

## **7. OHLASY**

Zatím bez ohlasů.

## 8. ANOTACE

Disertační práce pojednává o urychlování kovových feromagnetických těles v elektromagnetických polích. Jejím cílem je navrhnout a vyšetřit plnohodnotný matematický model elektromagnetického akceleratoru, který respektuje vliv proudů indukovaných v objemu projektilu během akcelerace, a posoudit jejich účinky na urychlované těleso.

Výpočet rozložení magnetického pole v cívice a jejím okolí a následný výpočet nomogramů síly a indukčnosti (závislosti síly a indukčnosti na okamžitých hodnotách proudu v budicím obvodu, pozici projektilu a jeho rychlosti) je realizován v open source *hp*-FEM programu Agros2D. Tyto nomogramy jsou dále využity v hlavním algoritmu modelu sepsaném v programu Wolfram Mathematica 7.0, jehož výstupem a současně výstupem celého modelu jsou časové průběhy elektrických veličin (proudu v cívice, indukčnosti, napětí na prvcích budicího obvodu) a veličin souvisejících s pohybem projektilu (síly, zrychlení, rychlosti a pozice projektilu).

Vytvořený model byl srovnán se skutečným akceleratorem, jehož charakteristiky byly získány měřeními ve vysokonapěťové laboratoři. Spočtený průběh proudu se velice dobře shoduje s proudem naměřeným v budicí cívice akceleratoru při výstřelu a podobně se shoduje vypočtená a změřená úst'ová rychlost. Práce současně poskytuje srovnání vybraných charakteristik s modelem, kde byly účinky vířivých proudů zanedbány.

## 9. SUMMARY

This dissertation thesis deals with an acceleration of the metal ferromagnetic bodies in the electromagnetic fields. The main aim is to propose and investigate a full-valued mathematical model of an electromagnetic accelerator. It is important to take into account the influence of currents induced in the volume of the projectile during the acceleration process. Furthermore, it is essential to evaluate their effects in the accelerated body.

The calculation of distribution of magnetic field in the coil and its vicinity is realized in the open-source Agros2D code based on a fully adaptive higher order finite element method. Following this action, it is possible to use the results for the further estimation of the nomograms of force and inductance (dependences of these values on instantaneous values of the field current in the circuit, position of the projectile and its velocity). The nomograms are then used in the principal algorithm of the model written in the code Wolfram Mathematica 7.0. The final outputs of the complete model are the time dependences of electrical quantities, which include field current, inductance of the field coil and voltages on particular elements of the electric circuit.

Other outputs are quantities connected with the movement of the projectile which are, for example, forces acting on it, its acceleration, velocity and trajectory.

The proposed model was compared with a real accelerator, which characteristics were obtained by the measurements in the high-voltage laboratory. The calculated time evolution of the field current is in agreement with the current measured in the coil of the accelerator in the process of launching and a similarly excellent agreement exists in the case of the muzzle velocity. The work also provides a comparison between the characteristics mentioned above and the characteristics of another model in which the effects of induced currents were not considered.